Profesor:
Ricardo Espino L.

PITAGORAS
ACADEMIA

ÁLGEBRA

GRUPO PITÁGORAS

LOGARITMOS

1. −Definición

$Sean\ b, n \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1 \quad \wedge \quad a \in \mathbb{R}$

$$\boxed{\log_b n = a \quad \leftrightarrow \quad n = b^a}$$

Ejemplo:

$\log_2 8 = 3 \quad \leftrightarrow \quad 8 = 2^3$

$\log_3 81 = 4 \quad \leftrightarrow \quad 81 = 3^4$

$\log_{11} 1 = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 = 11^0$

$\log_7 7 = 1 \quad \leftrightarrow \quad 7 = 7^1$

$\log_4 32 = a \quad \leftrightarrow \quad 32 = 4^a$

$$2^5 = 2^{2a}$$

$$5 = 2a$$

$$\frac{5}{2} = a$$

$$\log_4 32 = \frac{5}{2}$$

$\log_{\frac{1}{49}} \sqrt[3]{7} = a \quad \leftrightarrow \sqrt[3]{7} = \left(\frac{1}{49}\right)^a$

$$7^{\frac{1}{3}} = (7^{-2})^a$$

$$7^{\frac{1}{3}} = 7^{-2a}$$

$$\frac{1}{3} = -2a$$

$$-\frac{1}{6} = a$$

$$\log_{\frac{1}{49}} \sqrt[3]{7} = -\frac{1}{6}$$

2. −*Logaritmos en el sistema decimal y Neperiano*

SISTEMA DECIMAL:

$$\log n = \log_{10} n$$

Ejemplos:

$$\log 100 = 2 \qquad \log 10000 = 4$$

SISTEMA DECIMAL:

$$\ln a = \log_e a \qquad e = 2.718281828$$

Ejemplos:

$$\ln e = 1 \qquad \ln e^2 = 2$$

3. –Propiedades

1. – $\log_b 1 = 0 \quad \forall b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

2. – $\log_b b = 1 \quad \forall b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

3. – $\log_b m + \log_b n = \log_b mn \quad \forall b, m, n \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1$

4. – $\log_b m - \log_b n = \log_b \left(\frac{m}{n}\right) \quad \forall b, m, n \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1 \quad \wedge \quad n \neq 0$

5. – $\log_b m^n = n \log_b m \quad \forall b, m \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1$

6. – $\log_{b^c} m^n = \frac{n}{c} \log_b m \quad \forall b, m \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1 \wedge \quad c \neq 0$

$7.-Regla\ de\ la\ \ cadena$

$$\log_b a \log_c b = \log_c a$$

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b, c \neq 1$$

$$\log_b a \log_c b \log_d c = \log_d a$$

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b, c, d \neq 1$$

$8.-Cambio\ de\ base$

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b} \qquad \forall m, b, c \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b, c \neq 1$$

$$\log_b m = \frac{\log m}{\log b} \qquad \forall m, b \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1$$

$$\log_b m = \frac{1}{\log_m b} \qquad \forall m, b \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad m, b \neq 1$$

$9.-Identidad\ fundamental\ de\ los\ logaritmos:$

$$b^{\log_b n} = n \qquad \forall n, b \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1$$

$$\log_b b^n = n \qquad \forall b \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad b \neq 1$$

$10.-$ $$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R}^+ \quad \wedge \quad c \neq 1$$

Ejemplo:

PROBLEMA#1

01.- Calcular:

$$E = \left(\frac{1}{2+\log_3 5}\right)\left(\frac{1}{1-\log_{45} 9}\right)\frac{Ln25}{Ln3}$$

A) 2

B) 5

C) 1/2

D) 1/5

E) 1/10

SOLUCIÓN

$$E = \left(\frac{1}{2+\log_3 5}\right)\left(\frac{1}{1-\log_{45} 9}\right)\frac{Ln25}{Ln3}$$

$$E = \left(\frac{1}{\log_3 9+\log_3 5}\right)\left(\frac{1}{\log_{45} 45-\log_{45} 9}\right)\frac{Ln25}{Ln3}$$

$$E = \left(\frac{1}{\log_3 45}\right)\left(\frac{1}{\log_{45} 5}\right)\frac{Ln25}{Ln3}$$

$$E = \left(\frac{1}{\log_3 45\log_{45} 5}\right)\frac{Ln25}{Ln3}$$

$$E = \left(\frac{1}{\log_3 5}\right)\frac{Ln25}{Ln3}$$

$$E = (\log_5 3)\frac{Ln25}{Ln3}$$

$$E = (\log_5 3)\log_3 25$$

$$E = (\log_5 3)2\log_3 5$$

$$\boldsymbol{E = 2}$$

$4.-Antilogaritmos\ y\ Cologaritmos$

$$\forall b \in \mathbb{R}^{+} - \{1\}$$

$$Anti\log_b n = b^n$$

$$\forall n, b \in \mathbb{R}^{+} \wedge \quad b \neq 1$$

$$Co\log_b n = -\log_b n$$

Propiedades

$$Anti\log_b(\log_b n) = n$$

$$\forall n, b \in \mathbb{R}^{+} \wedge \quad b \neq 1$$

$$\log_b(Anti\log_b n) = b^n$$

$$\forall b \in \mathbb{R}^{+} - \{1\}$$

Ejemplo:

PROBLEMA#4

04.- Calcule:

$$E = \log_{\sqrt{2}} antilog_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} antilog_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 1{,}5$$

A) 1/2
B) -1/2
C) 3/2
D) 5/2
E) -3/2

SOLUCIÓN

$$E = \log_{\sqrt{2}} anti\log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} anti\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 1.5$$

$$E = \log_{\sqrt{2}} anti\log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{1.5}$$

$$E = \log_{\sqrt{2}} anti\log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^{-1.5}$$

$$E = \log_{\sqrt{2}} anti\log_{\sqrt{2}} -1.5$$

$$E = -1.5 = -\frac{3}{2}$$

6. –*Ecuaciones Logarítmicas*

$$\log_b x = a \qquad b, x \in \mathbb{R}^+ \land b \neq 1 \qquad \rightarrow x = b^a$$

$$\log_b x = \log_b y \qquad b, x, y \in \mathbb{R}^+ \land \ b \neq 1 \qquad \rightarrow x = y$$

$$b^x = a \qquad b, a \in \mathbb{R}^+ \land \ b \neq 1 \qquad \rightarrow x = \log_b a$$

Ejemplo:

PROBLEMA#6

06.- Hallar la suma de las raíces de la ecuación:

$$\sqrt{\log_2 x} = \log_2 \sqrt{x}$$

A) 10
B) 11
C) 13
D) 15
E) 17

SOLUCIÓN

$$\sqrt{\log_2 x} = \log_2 \sqrt{x}$$

$$\sqrt{\log_2 x} = \frac{1}{2}\log_2 x$$

$$\log_2 x = \frac{1}{4}\log_2^2 x$$

$$4\log_2 x = \log_2^2 x$$

$$0 = \log_2^2 x - 4\log_2 x$$

$$0 = \log_2 x\,(\log_2 x - 4)$$

$$\log_2 x = 0 \ \vee \ (\log_2 x - 4) = 0$$

$$x = 2^0 \ \vee \ \log_2 x = 4$$

$$x = 2^0 \ \vee \ x = 2^4$$

$$x = 1 \ \vee \ x = 16$$

***Suma de soluciones*: 17**

$7.-$*Inecuaciones Logarítmicas*

$\log_b P(x) > a$

$$\rightarrow \quad P(x) > 0 \quad \wedge \quad b > 0 \quad \wedge \quad b \neq 1$$

$$si \quad b > 1 \quad \rightarrow \quad P(x) > b^a$$

$$si \quad 0 < b < 1 \quad \rightarrow \quad P(x) < b^a$$

$\log_b P(x) > \log_b Q(x)$

$$\rightarrow \quad P(x) > 0 \quad \wedge \quad Q(x) > 0 \quad \wedge \quad b > 0 \quad \wedge \quad b \neq 1$$

$$si \quad b > 1 \quad \rightarrow \quad P(x) > Q(x)$$

$$si \quad 0 < b < 1 \quad \rightarrow \quad P(x) < Q(x)$$

8. −*Inecuaciones exponenciales*

$$Sea\ b \in \mathbb{R}^{+} \quad \wedge \quad b > 1$$

$$b^{x} > b^{y} \quad \leftrightarrow \quad x > y$$

$$Sea\ b \in \mathbb{R}^{+} \quad \wedge \quad 0 < b < 1$$

$$b^{x} > b^{y} \quad \leftrightarrow \quad x < y$$

$9.-$***Función Exponencial***

$Sea\ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

$$f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+ \qquad y = f(x) = exp_b x = b^x$$

$$\boxed{Domf\ = \mathbb{R}} \qquad \boxed{Ranf\ = \mathbb{R}^+}$$

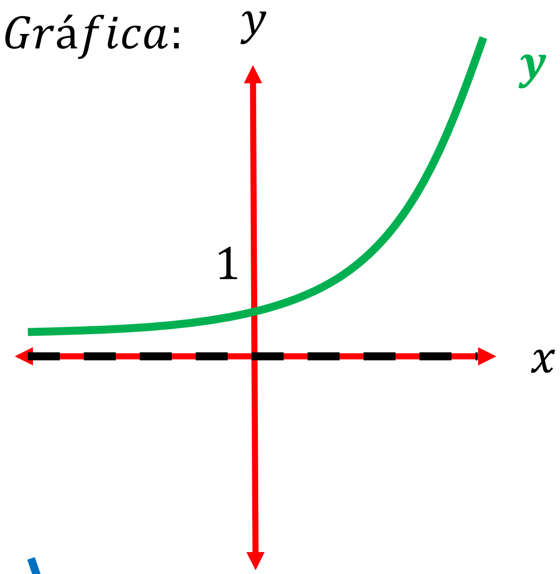
$Ejemplo:$

$$f:\ \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \qquad y = f(x) = exp_2 x = 2^x$$

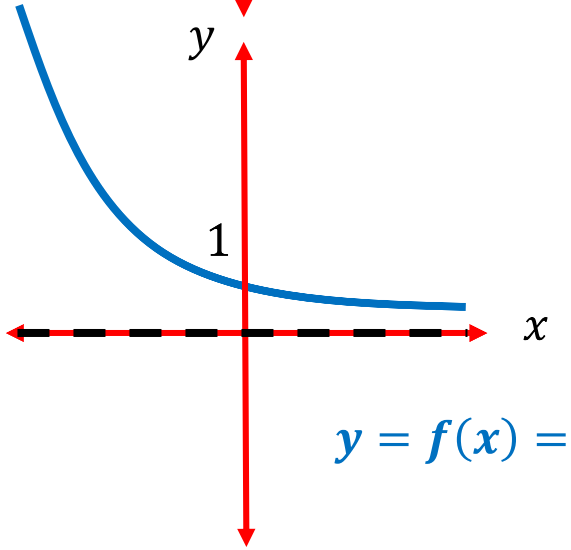
$$g:\ \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \qquad y = g(x) = exp_{\frac{1}{3}} x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

9. −Función Exponencial

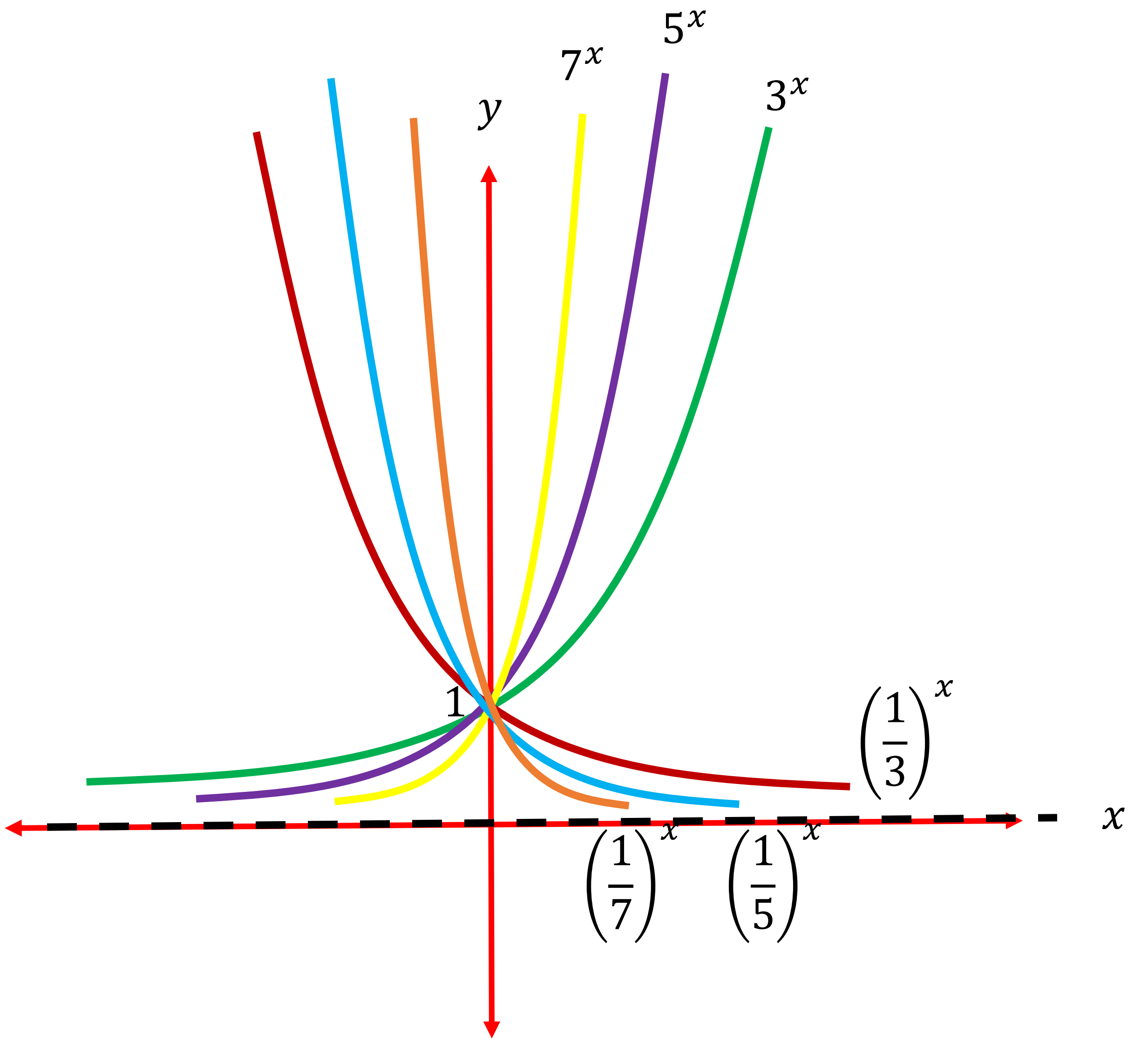
Gráfica:



$y = f(x) = b^x \quad , b > 1$



$y = f(x) = b^x \quad , 0 < b < 1$



$10.-Función\ Logarítmica$

$Sea\ b \in \mathbb{R}^{+} - \{1\}$

$$f\colon\ \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \qquad y = f(x) = \log_b x$$

$$\boxed{Domf = \mathbb{R}^{+}} \qquad \boxed{Ranf = \mathbb{R}}$$

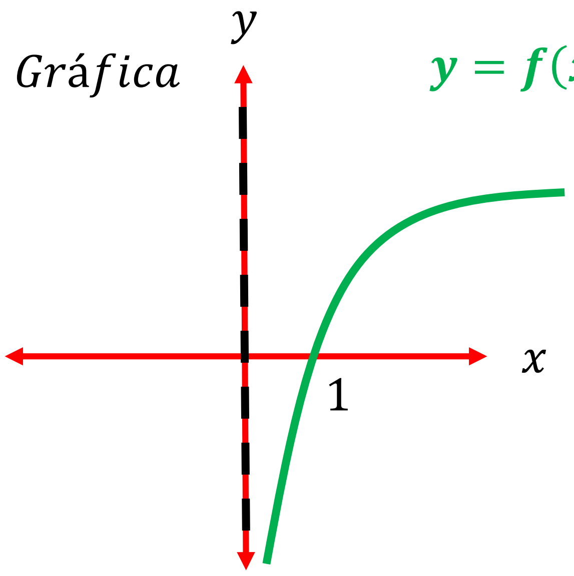
$Ejemplo$:

$$f\colon\ \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \qquad y = f(x) = \log_3 x$$

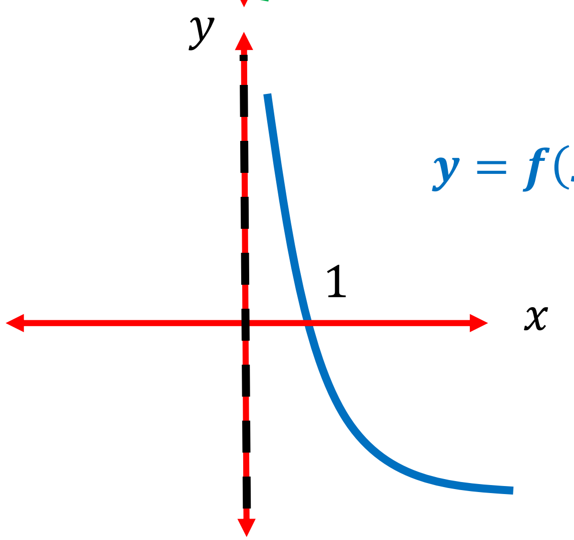
$$g\colon\ \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \qquad y = g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$10.-Función\ Logarítmica$

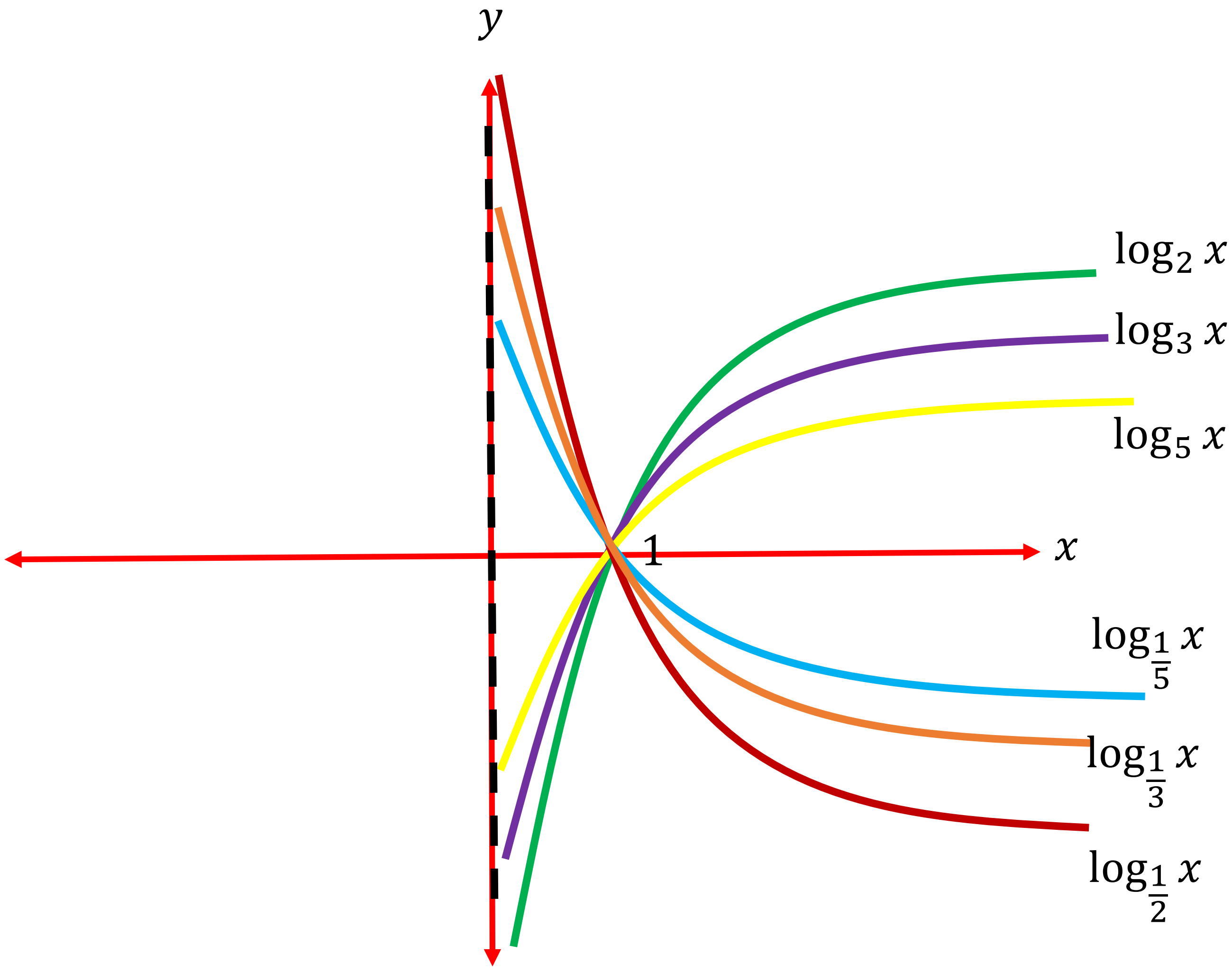
$Gráfica$



$$y = f(x) = log_b\, x \quad ,b > 1$$



$$y = f(x) = \log_b x \quad ,0 < b < 1$$



11. −Función exponencial y logarítmica

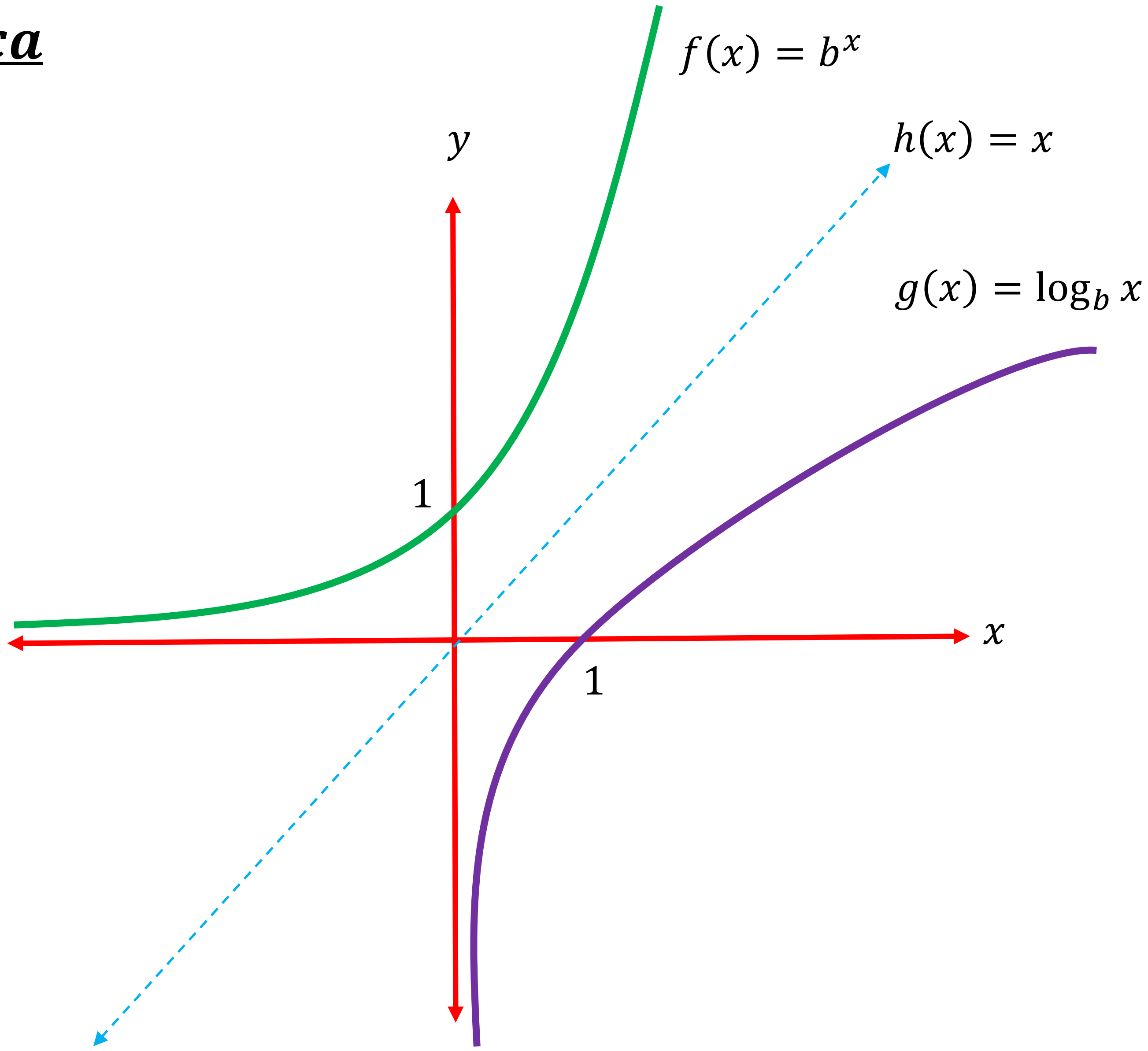
La función

$$f:\quad \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{+} \qquad y = f(x) = exp_b x = b^x$$

es la función inversa de:

$$g:\quad \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \qquad y = g(x) = \log_b x$$

y viceversa,



PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA

03.- Si $a, b \in R^+ - \{1\}$ y si $\operatorname{Log}_{ab} a = 4$, determine

$$\operatorname{Log}_{ab}\left[\sqrt[3]{a} / \sqrt[5]{b}\right].$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1.5 C) $\frac{29}{15}$

D) 3.5 E) 7.3

SOLUCIÓN

$$\log_{ab} a = 4$$

$$\log_{ab} b = \log_{ab} ab - \log_{ab} a$$

$$\log_{ab} b = 1 - 4$$

$$\log_{ab} b = -3$$

$$\log_{ab}\left[\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b}}\right] = \log_{ab} \sqrt[3]{a} - \log_{ab} \sqrt[5]{b}$$

$$\log_{ab}\left[\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b}}\right] = \frac{1}{3}\log_{ab} a - \frac{1}{5}\log_{ab} b$$

$$\log_{ab}\left[\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b}}\right] = \frac{1}{3}(4) - \frac{1}{5}(-3)$$

$$\boldsymbol{\log_{ab}\left[\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[5]{b}}\right] = \frac{29}{15}}$$

PROBLEMA

SOLUCIÓN

05.- Reducir:

$$M = 7^{3^C}\left[\frac{\log_7 2}{\log_5 2 + \log_7 2}\right](\log_5 1225)$$

Donde:

$$C = \frac{\log(\log_7 3)}{\log 3}$$

A) $\log_5 35$

B) $3\log_7 5$

C) 6

D) 3/2

E) 3

$$C = \frac{\log(\log_7 3)}{\log 3}$$

$$C = \log_3 \log_7 3$$

$$3^C = \log_7 3$$

$$7^{3^C} = 3$$

$$M = 3\left[\frac{\log_7 2}{\log_5 2 + \log_7 2}\right].(\log_5 1225)$$

$$M = 3\left[\frac{\log_7 2}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_2 7}}\right].(\log_5 35^2)$$

$$M = 3\left[\frac{\log_7 2}{\frac{\log_2 35}{\log_2 5 \log_2 7}}\right].(2\log_5 35)$$

$$M = 6\left[\frac{\log_7 2 \log_2 5 \log_2 7}{\log_2 35}\right].(\log_5 35)$$

$$M = 6\left[\frac{\log_2 5}{\log_2 35}\right].(\log_5 35) \qquad M = 6[\log_{35} 5].(\log_5 35) \qquad \boldsymbol{M = 6}$$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA#7

SOLUCIÓN

07. Hallar el valor de "x+3" en la ecuación:

$$\log_2\left(\frac{6-\log_2 x}{\log_4 x}\right)=1$$

A) 11
B) 9
C) 7
D) 5
E) 4

$$\log_2\left(\frac{6-\log_2 x}{\log_4 x}\right)=1$$

$$\frac{6-\log_2 x}{\log_4 x}=2$$

$$6-\log_2 x=2\log_4 x$$

$$6-\log_2 x=2\log_{2^2} x$$

$$6-\log_2 x=\frac{2}{2}\log_2 x$$

$$6-\log_2 x=\log_2 x$$

$$6=2\log_2 x$$

$$3=\log_2 x$$

$$x=2^3=\mathbf{8}$$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA#8

SOLUCIÓN

08.- Si "x" e "y" son valores que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} e^x = y^e \\ 4x = e\left(4 + Ln^2 y\right) \end{cases}$$

Siendo $2 < e < 3$, entonces "x.y" es:

A) e^3
B) $2e^3$
C) e^2
D) e
E) $2e$

$$e^x = y^e$$

$$\ln e^x = \ln y^e$$

$$x = e \ln y$$

Reemplazando en la segunda ecuación:

$$4x = e(4 + \ln^2 y)$$

$$4e \ln y = e(4 + \ln^2 y)$$

$$4 \ln y = (4 + \ln^2 y)$$

$$0 = 4 + \ln^2 y - 4 \ln y$$

$$0 = (\ln y - 2)^2 \qquad \ln y = 2 \qquad y = e^2$$

$$x = e \ln y = 2e$$

$$\boldsymbol{xy = 2e^3}$$

PROBLEMA#10

SOLUCIÓN

10. Resolver:

$$\frac{\log_3(2x^2+3x+14)}{\log_3(2x+3)}=2$$

A) 2 , -5
B) 1/2 , 5
C) -1/2 , 5
D) 1/2 , -5
E) 1/2

$$\frac{\log_3(2x^2+3x+14)}{\log_3(2x+3)}=2$$

$$\log_{2x+3} 2x^2+3x+14=2$$

$$2x^2+3x+14 = (2x+3)^2$$

$$2x^2+3x+14 = 4x^2+12x+9$$

$$0 = 2x^2+9x-5$$

$$0 = (x+5)(2x-1) \qquad x=-5 \quad \vee \quad x=\frac{1}{2}$$

$$pero\ 2x^2+3x+14>0 \ \wedge \ 2x+3>0 \ \wedge \ 2x+3\neq 1 \qquad C.S.=\left\{\frac{1}{2}\right\}$$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA#11

SOLUCIÓN

11.- Determine el valor de "x" en la ecuación:

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

A) $Ln\left(2+\sqrt{3}\right)$

B) $Ln\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

C) $Ln\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

D) $Ln\sqrt{2+\sqrt{3}}$

E) $Ln\sqrt{3-\sqrt{2}}$

$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \frac{e^x - \frac{1}{e^x}}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\frac{e^{2x}-1}{e^x}}{\frac{e^{2x}+1}{e^x}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}e^{2x} - \sqrt{3} = e^{2x} + 1$$

$$\left(\sqrt{3}-1\right)e^{2x} = \sqrt{3}+1$$

$$e^{2x} = \frac{\sqrt{3}+1}{\left(\sqrt{3}-1\right)}$$

$$e^{2x} = 2+\sqrt{3} \qquad 2x = \ln\left(2+\sqrt{3}\right) \qquad x = \frac{1}{2}\ln\left(2+\sqrt{3}\right) \qquad \boldsymbol{x = \ln\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$

PROBLEMA#14

14.- Resolver:

$$\log_x\left(\frac{x^2-x-6}{x+4}\right) \leq 1$$

A) <-1; 4]

B) [5; +∞ >

C) <-1; 2]

D) <0; 1>

E) <3; +∞>

SOLUCIÓN

$Restricciones:$

$$x > 0 \quad \wedge \quad \frac{x^2-x-6}{x+4} > 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad x^2-x-6 > 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad (x-3)(x+2) > 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad (x-3)(x+2) > 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad (x-3) > 0 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$x > 0 \quad \wedge \quad x > 3 \quad \wedge \quad x \neq 1$$

$$\therefore x > 3$$

$$además\ ya\ que\ x > 3 > 1 \qquad \log_x\left(\frac{x^2-x-6}{x+4}\right) \leq 1 \quad \rightarrow \frac{x^2-x-6}{x+4} \leq x$$

$$x^2-x-6 \leq x^2+4x$$

$$-6 \leq 5x$$

$$lo\ cual\ se\ cumple\ siempre\ y\ finalmente: \quad \boldsymbol{C.S.=]3;+\infty[}$$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA#17

SOLUCIÓN

17.- Si se define una función de la forma:

$$F\ (x) = Log(\frac{1-x}{1+x})$$

Hallar el equivalente de: F(a) + F(b)

A) $F(\frac{a-b}{1+ab})$

B) $F(\frac{a+b}{1+ab})$

C) $F(\frac{2ab}{a-b})$

D) $F(\frac{a+b}{1+a^2})$

E) $F(\frac{a+b}{1-ab})$

$$f(a)+f(b)=\log\left(\frac{1-a}{1+a}\right)+\log\left(\frac{1-b}{1+b}\right)$$

$$f(a)+f(b)=\log\left(\frac{1-a}{1+a}.\frac{1-b}{1+b}\right)$$

$$f(a)+f(b)=\log\left(\frac{1-a-b+ab}{1+a+b+ab}\right)$$

$$f(a)+f(b)=\log\left(\frac{1-a-b+ab}{1+a+b+ab}\right)=\log\left(\frac{1-n}{1+n}\right)$$

$$\frac{1-a-b+ab}{1+a+b+ab}=\frac{1-n}{1+n} \qquad \frac{2+2ab}{2a+2b}=\frac{2}{2n} \qquad n=\frac{a+b}{1+ab}$$

$$\boldsymbol{f(a)+f(b)=f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)}$$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA#16

SOLUCIÓN

16.- Hallar el rango de la función definida por:

$$f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 16)$$

A) <-∞;4]

B) <-∞; -2]

C) [2; +∞>

D) [-2; +∞>

E) [4; +∞>

$$x^2 + 16 \geq 16 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 16) \leq \log_{\frac{1}{4}} 16$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 16) \leq -2$$

$$\boldsymbol{Ranf =]-\infty; -2]}$$

PROBLEMA#19

SOLUCIÓN

19.- Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = Log_3\left(Log_3\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right) + Log_3\left(\frac{|x|-1}{|x+2|-2}\right)$$

A) $\langle -\infty; -1\rangle$ B) $\langle -\infty; -2\rangle$

C) $\langle -\infty; -3\rangle$ D) $\langle -\infty; -4\rangle$

E) $\langle -\infty; -5\rangle$

Restricciones:

$$\frac{x-1}{x+1} > 0 \quad \wedge \quad \log_3\left(\frac{x-1}{x+1}\right) > 0 \quad \wedge \quad \frac{|x|-1}{|x+2|-2} > 0$$

$$\frac{x-1}{x+1} > 0 \quad \wedge \quad \frac{x-1}{x+1} > 1 \quad \wedge \quad \frac{|x|-1}{|x+2|-2} > 0$$

$$\frac{x-1}{x+1} > 1 \quad \wedge \quad \frac{|x|-1}{|x+2|-2} > 0$$

$$\frac{x-1}{x+1} > 1 \qquad \frac{-2}{x+1} > 0 \qquad x+1 < 0 \qquad x < -1$$

$$pero \; -x-1 > 0 \; entonces$$

$$\frac{|x|-1}{|x+2|-2} > 0 \qquad \frac{-x-1}{|x+2|-2} > 0 \qquad |x+2|-2 > 0$$

$$|x+2| > 2 \qquad x+2 > 2 \quad \vee \quad x+2 < -2 \qquad y\; ya\; que\; x < -1\; entonces$$

$$x > 0 \quad \vee \quad x < -4 \qquad\qquad x < -4$$

$$\boldsymbol{Domf =]-\infty; -4[}$$

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMA#20

20.- Halle el menor valor real k tal que

$$f(x) = 5^{2x-x^2} \leq k, \ \forall x \in R$$

A) 3 B) 4 C) $\frac{9}{2}$

D) 5 E) $\frac{11}{2}$

SOLUCIÓN

$\forall x \in \mathbb{R} \quad (x-1)^2 \geq 0$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad 1 \geq 2x - x^2$

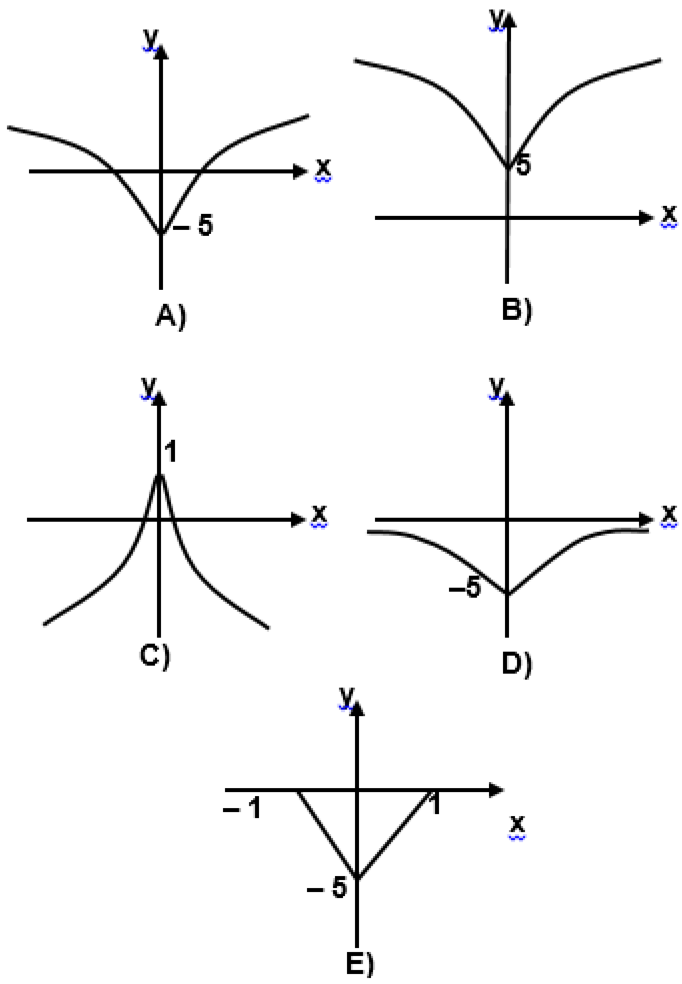
$\forall x \in \mathbb{R} \quad 2x - x^2 \leq 1$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad 5^{2x-x^2} \leq 5$

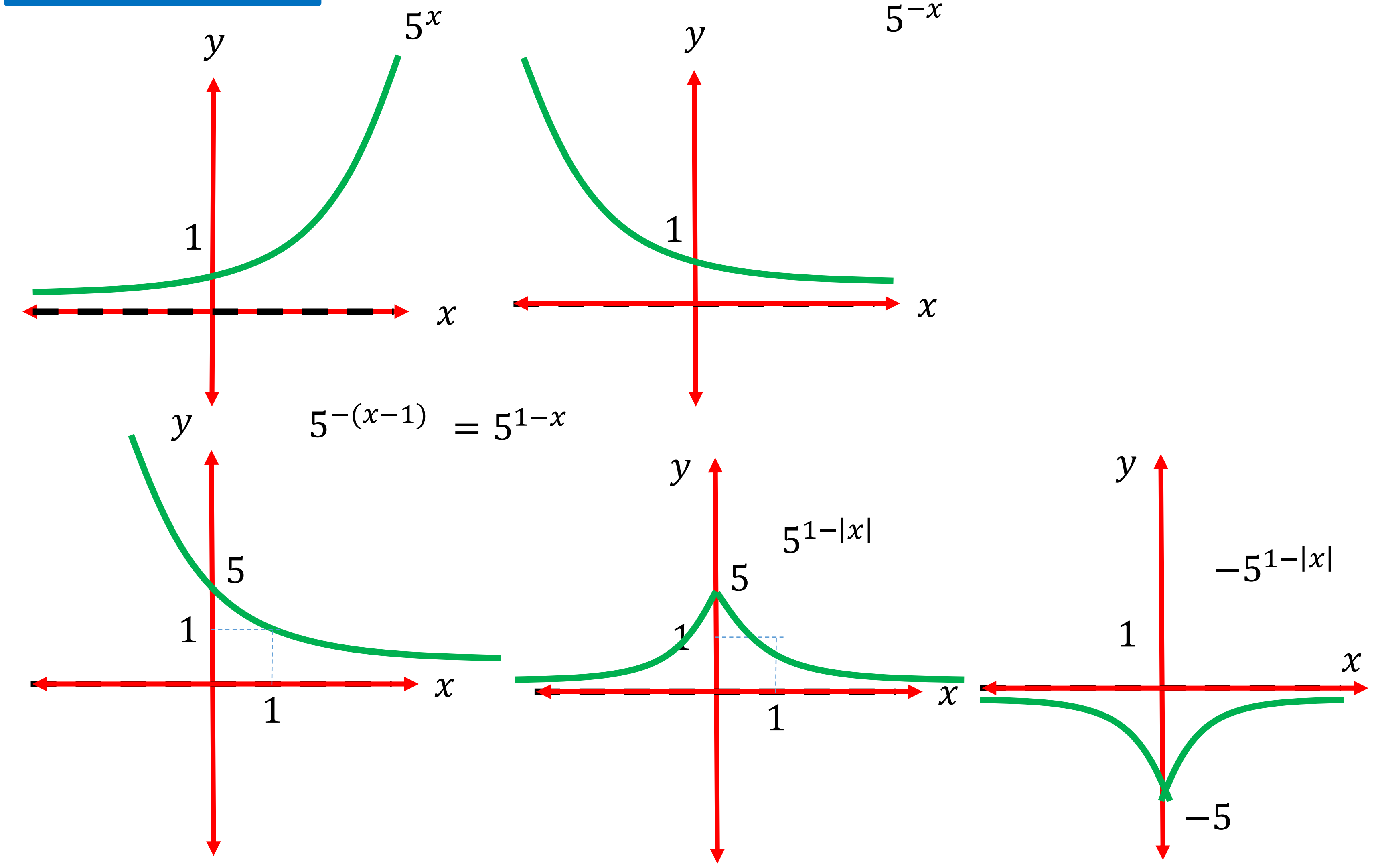
$\boldsymbol{Kmin = 5}$

PROBLEMA#22

22.- ¿Cuál de las gráficas corresponde a: $f(x) = -5^{1-|x|}$?



SOLUCIÓN



CLAVE D

PROBLEMA#24

SOLUCIÓN

24.- Dada la función f cuya regla de correspondencia es $f(x) = 3^{x^2-1} - 2$, $x \in [3;\infty)$, halle : $f^*(x)$.

A) $f^*(x) = \sqrt{Log_3(x+2) - 1}$

B) $f^*(x) = -\sqrt{Log_3(x+2) + 1}$

C) $f^*(x) = \sqrt{Log_3(x+2) + 1}$

D) $f^*(x) = 2^{\sqrt{x-1}} - 3$

E) $f^*(x) = \sqrt{Log_3(x-2) - 1}$

$Debido\ al\ dominio: [3; +\infty[$

$la\ función\ es\ inyectiva, y\ definiéndola\ de\ f: [3; +\infty[\rightarrow Ranf \quad será\ suryectiva$

$Por\ lo\ tanto\ debe\ tener\ inversa:$

$$y = 3^{x^2-1} - 2$$

$$x = 3^{y^2-1} - 2$$

$$x + 2 = 3^{y^2-1}$$

$$\log_3(x+2) = y^2 - 1$$

$$\log_3(x+2) + 1 = y^2$$

$$y = \pm\sqrt{\log_3(x+2) + 1}$$

$pero\ ya\ que\ el\ ranfo\ de\ f^{-1} debe\ ser\ [3; +\infty[$

$$\boldsymbol{y = f^{-1}(x) = \sqrt{\log_3(x+2) + 1}}$$